

К вопросу о преподавании математики и его реформе

Сейчас высказывается множество (в основном справедливых) претензий к преподаванию математики в его нынешней форме, а также (в основном неудачных) предложений по реформе математического образования. Далее изложены некоторые из возможных претензий, а также рекомендации, чего не следует делать, на мой взгляд.

ПРЕТЕНЗИИ

Объясняются сложные вещи, когда школьники не понимают самых простых. Один мой товарищ (доктор физматнаук) оказался единственным из пяти членов своей семьи, кто мог уверенно (и правильно) сказать, что больше: $2/3$ или $3/5$.

Большинство школьников не в состоянии решить простую задачу по геометрии.

Большинство учеников, даже если могут выполнять формальные манипуляции по решению уравнений, не понимают смысла вопроса (что означает буква x и т.п.) Знакомый ученик 11 класса весьма знаменитой физматшколы (при этом не самый худший, судя по оценкам) так и не понял, что имеется в виду, когда решают уравнение $\sin x = 1/\sqrt{2}$.

Изучаемый материал бесполезен с точки зрения практики. Трудно представить себе, кому из нынешних школьников могла бы в дальнейшей практической деятельности пригодиться, скажем, формула преобразования произведения синусов в сумму или способ построения центра вписанной окружности циркулем и линейкой.

Искусственная 'вступительная' математика занимает основное время: школьники тренируются решать 'задачи', которые не имеют никакого смысла (в том числе внутриматематического) и придуманы специально для вступительных экзаменов, типа логарифмических уравнений, неравенств с корнями и модулем и т.п.; эта бессмыслица нужна в основном частным и государственным (типа подготовительных курсов) репетиторам.

От школьной математики у большинства остаются лишь неприятные воспоминания как о чём-то непонятном и скучном. Именно поэтому, видимо, столь распространено желание её по возможности сократить.

РЕКОМЕНДАЦИИ

Традиционно пытаются сформулировать цели преподавания математики, а затем обсуждать, какими средствами можно достичь этих целей. Звучит разумно, но на деле цели формулируются настолько абстрактно, что трудно обсуждать средства. Даже если достичь согласия по части целей (типа 'развития мышления'), то всё равно возможность достичь их теми или иными средствами остаётся актом веры. Поэтому я попытаюсь сразу сформулировать некоторые рекомендации, которые мне кажутся правильными, не пытаюсь их мотивировать ссылкой на высокие цели.

Как учил Толстой в исторических отступлениях к 'Войне и миру', хороший полководец понимает, что сделать почти ничего не может, разве что помешать одному-двум наиболее бессмысленным действиям. Поэтому многие рекомендации сформулированы негативно.

Не уменьшать число часов. Говорят, что школьники перегружены учёбой и потому болеют, а раз от математики так мало пользы, так лучше хоть не мучить детей. Но большинство школьников, как правило, не особо напрягается ни в школе, ни дома, так что скорее речь идёт о времени, проводимом в школе, чем о затрачиваемых усилиях. Если это время уменьшить, ещё вопрос, на что оно пойдёт и от чего больше вред — от бессмысленного пребывания в школе или от сидения в компьютерном клубе (не говоря уже о клее ‘Момент’). А если частично заменить математику другими предметами, то какими? Есть ли какой-то предмет, который кажется заведомо более осмысленным (в том виде, в котором можно реально представить себе его преподавание)? Не так ясно.

Не сокращать геометрию. Да, большинство геометрических теорем, если смотреть на них с точки зрения буквального применения в будущем, бесполезны. Но смысл обучения математике не в сообщении некоторого набора ‘знаний, умений и навыков’, буквально используемых в дальнейшем, а в некотором общем развитии, умении решать задачи, ясно формулировать свои мысли и видеть структуры в окружающем мире. Геометрия является проверенной веками игровой площадкой, где этому можно научиться.

Не унифицировать учебники. Одно из немногих бесспорных достижений последних лет — появление разнообразных учебников, в том числе весьма интересных. Конечно, всякий учебник в своём первом издании будет плохим, но, во-первых, со временем он может стать хорошим, а во-вторых, само разнообразие и конкуренция способствует повышению общего уровня. Однажды я спросил знакомого автора экспериментальных учебников для младших классов, удовлетворён ли он своей работой, и он сказал мне, что по крайней мере одну пользу от своих трудов он видит: массовые учебники для младших классов стали более разнообразными и интересными.

Не искать чудодейственных средств, не делать резких движений и не ждать скорых результатов (а также не верить шарлатанам, их обещающим). Каковы бы ни были реформы, состав учителей останется в основном неизменным, и если учителя будут вынуждены учить чему-то для них совсем необычному и незнакомому, то заведомо будут делать это плохо. Поэтому содержание обучения может меняться лишь постепенно и исподволь; если учителя будут враждебны, любая реформа провалится. Допустим, решение логарифмических уравнений абсурдно, а знакомство с началами теории вероятностей кажется привлекательным — но если учитель понимает, как решают логарифмические уравнения, а теории вероятностей никогда не понимал, то уж пусть лучше будут эти уравнения. К тому же может оказаться, что тренировка в концентрации внимания, необходимого для выполнения длинной последовательности преобразований, пусть и бессмысленных, сама по себе полезна.

Не торопить учителей и авторов учебников и не привязывать их к программе. Обычно составляется сначала программа, в которую ‘нельзя не включить’ того и этого, потом под эту программу пишутся учебники, составляются планы, а потом всё это формально проходит невзирая ни на что. Но если нажимать на педаль газа, когда в коробке передач у шестерён сломаны зубья, далеко не уедешь. Авторы учебников и учителя должны иметь свободу остановиться на трудном материале и не идти вперёд, пока не разберутся: изучаемый

материал — не цель, а средство.

Не пытаться воздействовать на приём в ВУЗы через школу: у ВУЗов есть свои интересы (законные и незаконные), и ситуация там сложная и запутанная, особенно когда это связано с 'откосом от армии'. Но пытаясь (скажем, в форме 'единого экзамена') на это повлиять, можно скорее ухудшить положение. Да, в системе вступительных экзаменов, подготовительных курсов и репетиторов обращаются (легально и нелегально) большие и бессмысленно расходуемые родительские деньги. Но много ли мы выиграем, если вместо взяток членам приёмных комиссий будут (скажем) покупать фальшивые справки о результатах экзаменов, или тексты будущих экзаменов, или ещё что-нибудь в таком роде?

Не вводить multiple-choice тесты в качестве экзаменов. В принципе можно вообразить такой тест, который будет иметь большую корреляцию с уровнем математической подготовки, если его провести сейчас. (Особенно если разрешить всё-таки давать числовые ответы вместо multiple-choice. В сущности, и сейчас сколько-нибудь надёжная проверка массовых экзаменов реально возможна лишь по ответам.) Но надо понимать, что введение таких тестов как экзаменов приведёт к тому, что обучение будет состоять специально в натаскивании на эти тесты. Как показывает зарубежный опыт, есть целые книжки, которые учат разным приёмам сдачи тестов, не вдаваясь в их содержание, и это 'обучение' уж явно совсем бессмысленно (пример совета из такой книжки: если какой-то ответ явно не подходит, отбросьте его и выберите случайный из оставшихся)